**Alapfogalmak**

**A véletlen jelenségek azok a jelenségek, amelyek kimenetele az ismert feltételekből nem határozható meg egyértelműen. Van oka a jelenségnek, csak még nem sikerült megismerni, vagy olyan sok dologtól függ, hogy nem tudjuk számítással modellezni.**

 **Kísérletnek lehet tekinteni minden olyan véletlenszerű jelenséget, amit ugyanolyan körülmények között akárhányszor megismételhetünk. A kísérlet minden eredményének egyértelműen meghatározhatónak kell lennie. Pl. feldobunk egy kockát, vagy egy pénzérmét.**

 **A kísérlet lehetséges kimeneteleit elemi eseményeknek nevezzük.**

 **A kockadobásnál 6 elemi esemény lehetséges.**

**Az elemi események halmazát eseménytérnek nevezzük. Jele: H**

**Az eseményeket nyomtatott nagybetűkkel jelöljük.**

**Lehetetlen esemény (∅): sohasem következhet be a kísérlet folyamán.**

 **Pl. kockával 30-t dobunk.**

**Biztos esemény (Ι): mindig bekövetkezik.**

 **Pl. kockával legfeljebb hatost dobunk.**

**Műveletek eseményekkel**

**Egyenlő események: Két eseményt azonosnak tekintünk, ha egy kísérlet minden lehetséges kimenetelét figyelembe véve vagy mindkettő bekövetkezik, vagy egyik sem. Ha két esemény A és B olyan kapcsolatban van egymással, hogy A csak akkor következhet be, ha B is bekövetkezik, akkor azt mondjuk, az „A” esemény maga után vonja a „B” eseményt. Jele: A ⊂ B**

**Ellentett (komplementer) esemény () csak akkor következhet be, ha az A esemény nem következik be.**

**Pl. A = páratlan számot dobtunk. **

 **B = Legfeljebb kettest dobtunk. **

**Az A esemény komplementerét az eseménytér azon elemei alkotják, amelyek az A-ban nincsenek benne.**

**( Pl. kockadobásnál: A = {1, 2};  )**

**Nyilvánvaló, hogy minden esemény komplementerének a komplementere önmaga. **

**A biztos esemény komplementere a lehetetlen esemény.**

**A lehetetlen esemény komplementere a biztos esemény.**

**Def. események összege: A és B események összege az az esemény, amelyik akkor következik be, ha az A és a B közül legalább az egyik bekövetkezik.**

**Pl. : {3} + {4, 5} = {3, 4, 5}**

**Végezze el! A + I = A + ∅ = A + A =**

**Tétel: Minden esemény előállítható elemi események összegeként.**

**Def. események szorzata: Két esemény szorzata az az esemény, amelyik akkor következik be, ha A is és B is bekövetkezik. (Mindkét esemény bekövetkezik.)**

**Def. események különbsége: Két esemény különbsége A-B az az esemény, amelyik akkor következik be, ha A bekövetkezik de B nem.**

**Def. egymást kizáró események: olyan események, egyszerre nem következhetnek be.**

**Az eseményekkel végezhető műveleteket összefoglalóan Boole–algebrának hívják.**

**Műveleti tulajdonságok**

**Egy A eseményre vonatkozóan az alábbi műveletek végezhetők el:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Összeadás** | **Szorzás** | **Komplementer művelet** |
| **A + A = A** | **A · ∅ = ∅** | **= ∅** | **A += I** |
| **A + I = I** | **A · A = A** |  **= I** | **A · = ∅** |
| **A + ∅ = A** | **A · I = A** | **= A** |  |

**Az eseményekkel végezhető műveleteket összefoglalóan Boole–algebrának hívják.**

**A gyakorlatban leginkább a logikai áramkörökben fontosak a de Morgan azonosságok:**

****

**Ezek a kifejezések több tagra is érvényesek és kiterjeszthetők.**

**Def.: Egy A esemény összetett vagy felbontható esemény, ha legalább két, tőle különböző esemény összegeként egyértelműen előállítható.**

**Def.: Az A1, A2, A3, ..., An események teljes eseményrendszert képeznek, ha igazak rájuk az alábbi feltételek:**

**a) Együtt kiadják az eseményteret: A1 + A2 + A3 + ... + An = I
b) Bármely kettő egyszerre nem következhet be:**

 **Ai ·Aj = ∅ ha i ≠ j (i = 1, 2, 3, ..., n és j = 1, 2, 3, ..., n)**

**A valószínűség fogalma**

**Ha a gyakoriságot elosztjuk a sokaság elemeinek a számával, akkor a relatív gyakoriságot kapjuk meg.**

**Azt a számot, amely körül az esemény relatív gyakorisága ingadozik az esemény valószínűségének nevezzük. Az A esemény valószínűségét P(A)-val jelöljük.**

**A Kolmogorov–axiómák és következményeik**

**Egy esemény valószínűségére az alábbiak érvényesek:**

**1.) 0 ≤ P(A) ≤ 1**

**Egy esemény valószínűsége csak 0 és 1 közötti szám lehet, mert a relatív gyakoriság értéke 0 és egy közé esik.**

**2.) P(Ø) = 0**

**A lehetetlen esemény valószínűsége 0. ( A relatív gyakorisága 0/akármi = 0)**

**3.) P(I) = 1**

**A biztos esemény valószínűsége 1.**

**4.) Ha az A és B egymást kizáró események (vagyis A·B = Ø) akkor az A és B eseményekre igaz:**

 **P(A+B) = P(A) + P(B)**

**5.) P(A+B) = P(A) + P(B) – P(A·B)**

**Az axiómák következményei:**

 **a.) Ha az A esemény maga után vonja a B eseményt, akkor a valószínűségeikre teljesül, hogy:**

**P(A) ≤ P(B)**

 **b) Az A eseményre és ellentettjére az -ra igaz, hogy: P(A) +  = 1**

 **c) Két esemény független egymástól, ha szorzatukra igaz, hogy P(A·B) = P(A)·P(B)**

 **d) Ha az A1,A2,A3,...,An események páronként kizárják egymást, akkor igaz az alábbi felbontás:**

 **P(A1 + A2 + A3 + ... + An) = P(A1) + P(A2) + P(A3) +...+ P(An)**

**Ennek az additivításnak egy fontos esete az, ha a A1 + A2 + A3 + ... + An események teljes eseményrendszert alkotnak, akkor: P(A1)+ P(A2)+ P(A3)+...+P(An) = 1**

**A klasszikus valószínűségi modell**

**Ha az elemi események valószínűsége megegyezik, akkor egy esemény bekövetkezésének valószínűségét megkapjuk, ha a kedvező esetek számát elosztjuk az összes esetek számával. (De néha problémás belátni, hogy az egyes elemi események valószínűsége tényleg megegyezik-e.)**

****

**A binominális eloszlás:**